NOMBRE:

SEGUNDO y tercer CONTROL (23/10/2012)

1. *(2.5)* Obtener una base del subespacio intersección de los subespacios: S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$,

   T= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\2\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$

SOLUCIÓN: Primero calculamos una base de S. Para ello colocamos el s.de g. dado en una matriz por filas y simplificamos

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&1&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\underset{E_{12}}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}1&0&-1&0\\0&1&1&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\underset{E_{23}}{\sim}(-1)\underset{E_{13}}{\sim}(1)\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&-1\\0&0&1&1\end{pmatrix}=Can(A)$$

Con lo cual la base usual de S es $B_U(S)=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$. Sus ecuaciones implícitas son:

$$\det\begin{pmatrix}Can(A)\\x\quad y\quad z\quad t\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\y&z&t\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}0&1&0\\0&0&1\\x&y&z\end{vmatrix}=t+y-z-x=0$$

Ahora nos toca trabajar del mismo modo con T:

$$B=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&2&1&1\\1&2&1&2\end{pmatrix}\underset{E_{31}}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&2&1&1\\0&2&0&2\end{pmatrix}\underset{E_{32}}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&2&1&1\\0&0&-1&1\end{pmatrix}\underset{\substack{E_{23}(1)\\E_{13}(1)}}{\sim}\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&2&0&2\\0&0&-1&1\end{pmatrix}\underset{\substack{E_2\left(\frac{1}{2}\right)\\E_3(-1)}}{\sim}\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&1\\0&0&1&-1\end{pmatrix}=Can(B)$$

Con lo cual la base usual de T es $B_U(T)=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}$. Sus ecuaciones implícitas son:

$$\det\begin{pmatrix}Can(B)\\x\quad y\quad z\quad t\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}1&0&1\\0&1&-1\\y&z&t\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}0&1&0\\0&0&1\\x&y&z\end{vmatrix}=t-y+z-x=0.$$

Con las ecuaciones de ambos formamos el sistema cuya solución es el subespacio intersección

$\begin{cases}t+y-z-x=0\\t-y+z-x=0\end{cases}$ cuya dimensión valdrá dos . Sus ecs. Paramétricas son: $\begin{cases}x=\alpha\\y=\beta\\z=\beta\\t=\alpha\end{cases}$ y deducimos que

$$B(S\cap T)=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$$

ÁLGEBRA LINEAL (1S1M-A)

CURSO 2012/2013

NOMBRE:

2. *(2.5)* Obtener una base del subespacio SUMA de los subespacios: S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\\-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\\2\end{pmatrix}\right\}$ y $T=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3:\ \begin{matrix}3x-y-z-t=0\\2x-y-z=0\\z-t=0\end{matrix}\right\}$ ¿Son subespacios complementarios? ¿Por qué?

SOLUCIÓN: Primero calculamos una base de S. Para ello colocamos el s.de g. dado en una matriz por filas y simplificamos

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&-2\\2&3&1&0\\1&1&0&2\end{pmatrix}\underset{E_{31}(-1)}{\overset{\sim}{E_{21}(-2)}}\begin{pmatrix}1&2&1&-2\\0&-1&-1&4\\0&-1&-1&4\end{pmatrix}\underset{E_{12}(2)}{\overset{\sim}{E_{32}(-1)}}\begin{pmatrix}1&0&-1&6\\0&-1&-1&4\\0&0&0&0\end{pmatrix}\underset{E_2}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}1&0&-1&6\\0&1&1&-4\\0&0&0&0\end{pmatrix}=Can(A)$$

Con lo cual la base usual de S es $B_U(S)=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\-4\end{pmatrix}\right\}$.

Para trabajar con el otro subespacio simplificamos la matriz de coeficientes del sistema que lo define

$$C=\begin{pmatrix}3&-1&-1&-1\\2&-1&-1&0\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\underset{E_{21}}{\sim}\left(\frac{-2}{3}\right)\begin{pmatrix}3&-1&-1&-1\\0&-1/3&-1/3&2/3\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\underset{E_2}{\sim}(-3)\begin{pmatrix}3&-1&-1&-1\\0&1&1&-2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}$$

$$\underset{E_{12}}{\sim}(1)\begin{pmatrix}3&0&0&-3\\0&1&1&-2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\underset{E_{23}}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}3&0&0&-3\\0&1&0&-1\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\underset{E_1}{\sim}(1/3)\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&0&-1\\0&0&1&-1\end{pmatrix}=Can(C)$$

Por lo que sus ecuaciones paramétricas son $\begin{Bmatrix}x=\alpha\\y=\alpha\\z=\alpha\\t=\alpha\end{Bmatrix}$ y $B(T)=\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$. Un s. de g. del subespacio suma se obtiene al unir ambas bases. Veámos si nos sobra algún vector de este s. de g.

$$\begin{pmatrix}1&0&-1&6\\0&1&1&-4\\1&1&1&1\end{pmatrix}\underset{E_{31}}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}1&0&-1&6\\0&1&1&-4\\0&1&2&-5\end{pmatrix}\underset{E_{32}}{\sim}(-1)\begin{pmatrix}1&0&-1&6\\0&1&1&-4\\0&0&1&-1\end{pmatrix}$$

Deducimos que el rango de la matriz que agrupa a las bases de ambos vale tres. Por tanto

$$B(S+T)=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\-4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}$$

NOMBRE:

3. La matriz de cambio de base de B=$\left\{\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-6\end{pmatrix}\right\}$ a B*==$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

   a) No se puede construir pues B* no es base
   b) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4&-20&5\\3&2&-3\\1&-3&-2\end{pmatrix}$
   c) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4&-2&5\\3&2&-3\\-1&-3&2\end{pmatrix}$
   d) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN: D

4. El complemento ortogonal del subespacio S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\7\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\4\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$

a) Tiene, obligatoriamente, dimensión igual a uno
b) Sus ecuaciones son : $\left\{\begin{matrix}x & +z-10t=0\\ y+ & t=0\end{matrix}\right\}$
c) Su base es B $\{S^{\perp}\}$ =.$\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\-10\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\3\end{pmatrix}\right\}$
d) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN: D

(Sus ecuaciones son : $S^{\perp}\equiv\left\{\begin{matrix}x & +z-10t=0\\ y+ & 3t=0\end{matrix}\right\}$, la dimensión de ambos vale dos y la base del aptdo. C) es la usual de S)

5. Dado el subespacio $S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, obtener por GS una base **ORTONORMAL**:

GS1: Tomamos $\vec{o}_1=\vec{s}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ GS2: $\vec{o}_2=\vec{s}_2+\alpha\vec{o}_1=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

Entonces B $\{S\}^{ortg}$ =.$\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}\right\}$ y B $\{S\}^{ortn}$ =.$\left\{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\0\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{6}}{6}\\\frac{\sqrt{6}}{3}\\\frac{\sqrt{6}}{6}\end{pmatrix}\right\}$

NOMBRE:

SEGUNDO y tercer CONTROL (23/10/2012)

1. *(2.5)* Obtener una base del subespacio intersección de los subespacios:

   S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\2\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$, T= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$

SOLUCIÓN:

2. *(2.5)* Obtener una base del subespacio SUMA de los subespacios: S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\\-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\\2\end{pmatrix}\right\}$ y

   $T=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3:\ \begin{matrix}3x-y-z-t=0\\2x-y-z=0\\z-t=0\end{matrix}\right\}$ ¿Son subespacios complementarios? ¿Por qué?

SOLUCIÓN:

NOMBRE:

6. La matriz de cambio de base de B=$\left\{\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-6\end{pmatrix}\right\}$ a B*==$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

   a) No se puede construir pues B* no es base
   b) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4 & -20 & 5\\ 3 & 2 & -3\\ 1 & -3 & -2\end{pmatrix}$
   c) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4 & -2 & 5\\ 3 & 2 & -3\\ -1 & -3 & 2\end{pmatrix}$
   d) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN:

7. El complemento ortogonal del subespacio S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\7\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\4\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$

a) Tiene, obligatoriamente, dimensión igual a uno
b) Sus ecuaciones son : $\left\{\begin{matrix}x \quad + z - 10t = 0\\ y + \qquad t = 0\end{matrix}\right\}$
c) Su base es B $\{S^{\perp}\}=.\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\-10\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\3\end{pmatrix}\right\}$
d) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN:

8. Dado el subespacio $S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, obtener por GS una base **ORTONORMAL**:

NOMBRE:

3. --La matriz de cambio de base de B=$\left\{\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-6\end{pmatrix}\right\}$ a B*==$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

a) No se puede construir pues B no es base

b) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4 & -20 & 5\\3 & 2 & -3\\1 & -3 & -2\end{pmatrix}$

c) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4 & -2 & 5\\3 & 2 & -3\\-1 & -3 & -2\end{pmatrix}$

d) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN:

4. El complemento ortogonal del subespacio S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\7\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\4\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$

a) Tiene, obligatoriamente, dimensión igual a uno

b) Sus ecuaciones son : $\left\{\begin{matrix}x & +z-t=0\\y+ & t=0\end{matrix}\right\}$

c) Su base es B $\{S^{\perp}\}=.\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\-10\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\3\end{pmatrix}\right\}$

d) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN:

5. Dado el subespacio $S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, obtener por GS una base **ORTONORMAL**:

NOMBRE:

6. --La matriz de cambio de base de B=$\left\{\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-6\end{pmatrix}\right\}$ a B*==$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

e) No se puede construir pues B no es base

f) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4 & -20 & 5\\3 & 2 & -3\\1 & -3 & -2\end{pmatrix}$

g) Es la matriz $C(B,B*)=\begin{pmatrix}-4 & -2 & 5\\3 & 2 & -3\\-1 & -3 & -2\end{pmatrix}$

h) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN: c

7. El complemento ortogonal del subespacio S= $\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\7\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\4\\1\\2\end{pmatrix}\right\}$

e) Tiene, obligatoriamente, dimensión igual a uno

f) Sus ecuaciones son : $\left\{\begin{matrix}x & +z-t=0\\y+ & t=0\end{matrix}\right\}$

g) Su base es B $\{S^{\perp}\}=.\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\-10\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\3\end{pmatrix}\right\}$

h) Ninguna de las respuestas dadas es verdadera SOLUCIÓN: d

8. Dado el subespacio $S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, obtener por GS una base **ORTONORMAL**: